

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ**

4. октобар 2017. године

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1 – 4. вреде по 3 поена,
задаци 5 – 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: _____

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: _____

1. Од 4 математичара и 7 информатичара треба формирати експертски тим од 5 чланова у којем ће бити бар два математичара. Колико различитих избора постоји?
2. Дат је трапез $ABCD$ са основицама a и $b = \frac{a}{2}$ и крацима $c = 6$ и $d = 8$. Израчунати површину тог трапеза ако краци припадају нормалним правима.
3. Доказати да $776^{776} + 777^{777} + 778^{778}$ није дељиво са 3.
4. Одредити вредности параметра a за које једначина $||x| - 3| + |3 - |x|| = a$ има највећи број решења.
5. Основа пирамиде је тангентни n -тоугао $A_1A_2 \dots A_n$ описан око круга полупречника r . Обим n -тоугла је $2p$, а бочне стране пирамиде заклапају са равни основе угао ϕ . Одредити запремину пирамиде.
6. Дата је раван $\alpha : 2x + y - 3z = 14$. Одредити једначину праве p која је симетрична x -оси у односу на раван α .
7. Нека линеарно пресликавање $f : V \rightarrow W$, у базама $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ простора V и $s = \{s_1, s_2\}$ простора W , има матричну репрезентацију $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$. Одредити матричну репрезентацију пресликавања f у односу на базе $e' = \{e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3\}$ простора V и $s' = \{s_1, s_1 + s_2\}$ простора W .
8. (а) Нека је (X, d) метрички простор и $A, B, C \subseteq X$. Доказати да важи
$$d(A \cup B, C) = \min\{d(A, C), d(B, C)\}.$$
(б) Доказати да векторски простор $\mathcal{P}[0, 1]$ свих полинома на интервалу $[0, 1]$ са нормом $\|P\| = \max_{t \in [0, 1]} |P(t)|$ није Банахов.
9. Нека је прстену $M = (M, \cdot, 1)$ моноид, $a \in M$ и $a^4 = 1$. Доказати да је пресликавање $f : M \rightarrow M$ дефинисано са $f(x) = a^3xa$ аутоморфизам моноида M .
10. (а) Испитати ток и нацртати график функције $f(x) = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$.
(б) Одредити једначину тангенте добијене криве у тачки превоја те криве.