

Универзитет у Крагујевцу
Природно–математички факултет
Институт за математику и информатику

Полиноми ортогонални на полукругу
Семинар 1

Ментор:
Проф. др Марија Станић

Студент:
Александра Милосављевић, 5001/2020

Осамдесетих година прошлог века Gautschi и Milovanović су увели један нови тип ортогоналности - ортогоналност на полукругу. Како скаларни производ

$$(f, g) = \int_{\Gamma} (iz)^{-1} f(z)g(z)dz = \int_0^{\pi} f(e^{i\theta})g(e^{i\theta})d\theta,$$

где је Γ полукруг $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} \mid z = e^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$, није Хермитски, егзистенција и јединственост ових (моничних) полинома показана је помоћу Hankel-ових детерминанти. Увођење овог скаларног производа оправдавају и интересантне особине нула ортогоналних полинома на полукругу, што је наведено у првом делу овог рада.

Други део овог рада узима у обзир тежинске ортогоналности на полукругу. Показано је да је услов $\operatorname{Re}(1, 1) \neq 0$ потребан и довољан за постојање јединствено одређеног низа (моничних) полинома ортогоналних на полукругу на основу доказа Gautschi-ја, Landau-а и Milovanović-а. Особина нула ових полинома која је генерализована у случају симетричних тежинских функција је да се оне налазе у области горњег полудиска полупречника 1 са центром у координатном почетку (осим једне (просте) нуле) и да су лоциране симетрично у односу на имагинарну осу. Наведене су претпоставке да ове особине важе и у случају Јасови-еве тежинске функције. Наглашена је могућа генерализација и посматрање полинома ортогоналних на кружном луку, као и вишеструко ортогоналних полинома на полукругу.